Barem

FAZA LOCALĂ ,clasa a Va

FEBRUARIE 2015

(7p).1. Ana, Barbu , Cristian și Dragoș au împreună o suma S lei, 1782<S<2303, S multiplu de 403. Ana are cu 2 lei mai puțin decât Dragoș, Barbu are cu 4 lei mai mult decât Ana, iar Dragoș are jumătate din suma lui Cristian. Aflaţi care este suma fiecărui copil.

Soluție:

Notăm cu a, b,c,d sumele copiilor astfel încât, S= $M_{403,}$ 1782< M_{403}<2303, S=2015, a+b+c+d=2015 2p

Astfel, se pot exprima relațiile a=d-2, b=a+4,d=c:2 1p

de unde avem că a=d-2, b=d+2 și c=2d 1p

d-2+d+2+2d+d=2015=>5d=2015=>d=403 2p

=>a=401, b=405, c=806 1p

(7p). 2. Prin împărţirea numerelor naturale $\overline{ab}, \overline{bc}, \overline{ca}$, scrise în baza 10, la acelaşi număr natural nenul, se obţin câturile b, c, respectiv a şi resturile c, a, respectiv b.

a) Determinați împărțitorul.

b) Arătaţi că numărul $\overline{abc}$ este multiplu de 111.

Soluție:

a) Din **TÎR: D=Î · C +R, R<Î,** rezultă:

$\overline{ab} = x \bullet b + c \Rightarrow 10a + b = x \bullet b + c$ 1p

$\overline{bc} = x \bullet c + a \Rightarrow 10b + c = x \bullet c + a$ 1p

$\overline{ca} = x \bullet a + b \Rightarrow 10c + a = x \bullet a + b$, 1p

iar prin adunare membru cu membru rezultă 11(a+b+c)=(x+1)(a+b+c) de unde x=10. 1p

b) Se arată că a=b=c prin înlocuirea lui x cu 10 în relațiile din TÎR , de unde rezultă divizibilitatea cu 111. 3p

(7p).3. Timp de 10 de zile, Andreea a plantat flori. În fiecare zi a plantat de două ori mai multe flori decât în ziua precedentă. Ştiind că în prima zi a plantat o floare, aflaţi:

a) Câte flori a plantat în a șaptea zi? Dar în total?

b) În câte și în care zile a plantat Andreea un număr pătrat perfect de flori?

Soluție:

a) Scrierea șirului ce reprezintă numărul de flori plantate zilnic
$1, 2^1, 2^2, \dots, 2^9$ 1p
În a șaptea zi a plantat 2^6 flori, adică 64 plante. 1p
Calculul sumei $1+2^1+2^2+2^3+2^4+2^5+2^6+2^7+2^8+2^9=2^{10}-1$
În total a plantat :
$1+2^1+2^2+2^3+2^4+2^5+2^6+2^7+2^8+2^9=2^{10}-1=1024-1=1023$(flori) 2p

b) Termenii șirului de la punctul a)
$1=1^2, 2^2, 2^4, =(2^2)^2, 2^6=(2^3)^2$ și $2^8=(2^4)^2$ sunt pătrate perfecte 2p
Deci, în prima zi, a treia zi, a cincea zi, a șaptea zi și a noua zi s-au plantat un număr pătrat perfect de flori, în total în cinci zile. 1p

(7p). 4. Arătați că numărul $78^{2015}+68^{2015}$ este divizibil cu 73.

Soluție:

Folosind formulele: $(a+b)^n= M_a+b^n$ 2p
și $(a-b)^{2n+1}= M_a - b^{2n+1}$ 2p
Rezultă că:
$78^{2015}=(73+5)^{2015}=M_{73}+5^{2015}$ și $68^{2015}= (73-5)^{2015}=M_{73}-5^{2015}$ 2p
care prin adunare conduc la divizibilitatea cerută. 1p